

引文格式: 沙智华, 冯琳琳, 马付建, 等. 六轴五联动数控加工非线性误差的分析与控制[J]. 航空制造技术, 2022, 65(9): 14-19.

SHA Zhihua, FENG Linlin, MA Fujian, et al. Analysis and control of nonlinear error in six-axis five-linkage CNC machining[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2022, 65(9): 14-19.

# 六轴五联动数控加工非线性误差的分析与控制\*

沙智华<sup>1</sup>, 冯琳琳<sup>2</sup>, 马付建<sup>1</sup>, 宋秀莹<sup>1</sup>, 王紫光<sup>1</sup>, 张生芳<sup>1</sup>

(1. 大连交通大学, 大连 116028;

2. 徐州徐工矿业机械有限公司, 徐州 221000)

**[摘要]** 多轴联动数控加工中数控系统线性插补和实际刀具轨迹的不一致性, 导致了非线性误差的产生。通过建立非线性误差模型, 预测了最大非线性误差的位置; 通过分析曲线拟合度并采用抛物线函数法进一步完善误差模型, 分析非线性误差的影响因素; 通过自适应线性化法将超差程序段控制在误差允值范围内。以圆盘刀六轴五联动数控加工叶片曲面为例, 对其刀位文件进行仿真分析, 控制后采样程序段的非线性误差得到明显改善, 最大非线性误差的标准差降低近 84.5%, 验证了该控制方法的有效性。

**关键词:** 六轴五联动; 非线性误差; 抛物线函数法; 自适应线性化法; 数控加工

**DOI:** 10.16080/j.issn1671-833x.2022.09.014



沙智华

教授, 博士, 研究方向为数字化制造与智能制造。

复杂曲面多轴联动数控加工中, 由于机床旋转轴运动的影响, 相邻刀位点的刀具轨迹并非理想插补直线段, 而是连接该直线段的一条空间曲线, 两者之间的差值称为非线性误差。非线性误差的存在会严重影响曲面的加工精度, 因此国内外学者针对非线性误差的分析及补偿开展了很多研究。目前针对非线性误差的研究大多针对四轴、五轴联动数控机床, 补偿原理通常为对刀位点数据进行密化, 主要方法有步长控制法、误差离散化及中值插补法等。Banks 等<sup>[1]</sup>提出了面向非线性、时变问题的完全非线性误差方程, 并利用辅助误差方程对离散化误差进行了逐点估计。杨旭静等<sup>[2]</sup>分析了线性插补旋转轴引起的在与走刀方向垂直的平面内的非线性误差及其影响因素。代子阳等<sup>[3]</sup>提出了刀位中点线

性加密法, 该方法可以预测最大误差的产生位置, 实现对五轴数控加工中非线性误差的有效控制。高东强等<sup>[4]</sup>分析了四轴联动数控机床的运动特点, 并获得最大非线性误差计算公式, 确定了影响误差的主要因素, 提出通过步长控制减小非线性误差。陈健金等<sup>[5]</sup>分析了非线性误差的产生原理, 进而建立了能控制非线性误差的误差与旋转轴角度间运算关系。Qazani 等<sup>[6]</sup>为获得最小非线性误差速率, 通过图像处理试验验证了 Tustin 和非线性误差方程的求解结果。王妮娜等<sup>[7]</sup>建立了自主研发的五轴联动机床非线性误差模型, 并通过中值插补法进行误差控制。张阳等<sup>[8]</sup>分析了非线性误差的起因并验证了一种基于时间分割法的插补算法。李杰等<sup>[9]</sup>通过误差建模系统地分析了五轴数控机床空间定位精

\* 基金项目: 国家高技术研究发展计划(863计划)(2015AA043402); 辽宁省重点研发计划(2019JH2/10100033)。

度改善方法。王玉涛等<sup>[10]</sup>通过对刀具姿态进行插补优化算法,有效提高了零件表面质量。

目前针对复杂曲面六轴数控加工非线性误差方面的研究非常有限,限制了相关复杂曲面加工精度的提升。本文以圆盘刀六轴五联动数控加工蜂窝芯复杂曲面为例,分析了非线性误差的产生机理及其影响因素,提出抛物线函数法进一步完善误差模型,利用自适应线性化法对非线性误差进行高效判断和补偿。

### 1 六轴五联动数控加工非线性误差建模

图1是圆盘刀六轴五联动数控加工时XOZ平面上相邻刀位点之间的刀具轨迹示意图。其中, $P_0$ 、 $P_1$ 为刀具轨迹上的相邻刀位点坐标, $U_0$ 、 $U_1$ 为对应刀轴矢量,直线 $Q(t)$ 为刀位点从 $P_0$ 运动到 $P_1$ 的理想线性插补轨迹。当数控系统进行线性插补计算时,实际刀具轨迹会与理想插补轨迹产生偏差,生成如 $L(t)$ 所示空间曲线,两者之间的最大偏移量即为近似的最大非线性误差值,用 $E_{max}$ 表示。

$$E_{max} = \max \{|Q(t) - L(t)|\} \quad (1)$$

设图1中相邻刀位点的坐标数据为 $P_0(x_0, y_0, z_0, i_0, j_0, k_0)$ 和 $P_1(x_1, y_1, z_1, i_1, j_1, k_1)$ ,且机床各控制轴的运动分量分别为 $(X_0, Y_0, Z_0, A_0, C_0)$ 和 $(X_1, Y_1, Z_1, A_1, C_1)$ ,则线性插补时刀具从 $P_0$ 到 $P_1$ 摆动过程的插补轨迹方程为式(2)( $t$ 为时间参数)。

$$Q(t) = \begin{cases} X(t) \\ Y(t) \\ Z(t) \\ A(t) \\ C(t) \end{cases} = \begin{cases} X_0 + t(X_1 - X_0) \\ Y_0 + t(Y_1 - Y_0) \\ Z_0 + t(Z_1 - Z_0) \\ A_0 + t(A_1 - A_0) \\ C_0 + t(C_1 - C_0) \end{cases}, \quad (0 \leq t \leq 1) \quad (2)$$

设相邻刀位点 $P_0$ 和 $P_1$ 构成的方向矢量为 $\alpha$ ,实际摆动路径 $L(t)$ 上任意点到线性插补路径 $Q(t)$ 的距离

为 $H(t)$ ,通过矢量法表示 $H(t)$ 为

$$H(t) = |(L(t) - Q(t)) \cdot \alpha| \quad (3)$$

以圆盘刀六轴五联动数控加工蜂窝芯复杂曲面的刀具路径规划如图2所示。借助Matlab,基于式(2)得到的其中一条实际刀具轨迹与理想线性插补轨迹之间的偏差如图3所示。

从上述刀位文件中选取10个连续刀位点,可求取出9个采样段的非线性误差分布曲线,如图4所示。可以看出,非线性误差的最大值出现在 $t=0.5$ 处。

基于图4中非线性误差分布曲线,根据中点及端点数据求取抛物线方程和正弦方程,3条曲线数据对比如图5所示。经过计算可知,正弦函数曲线和抛物线曲线与非线性误差分布曲线的数据拟合度分别为

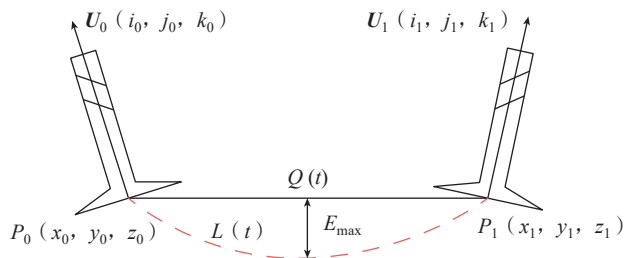


图1 非线性误差产生机理  
Fig.1 Generation mechanism of nonlinear error

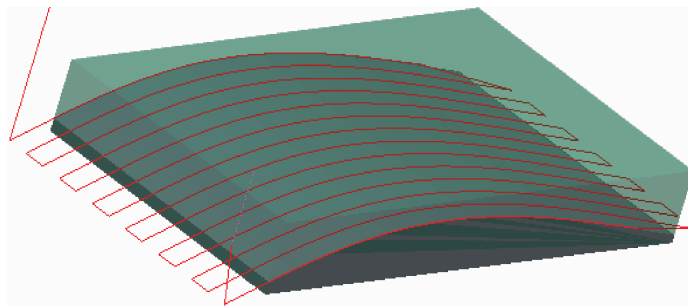


图2 蜂窝芯复杂曲面数控加工刀具路径  
Fig.2 Tool path for CNC machining of complex surface of honeycomb core

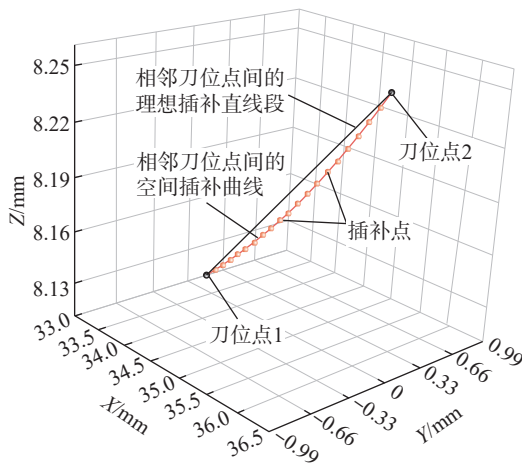


图3 刀具轨迹仿真  
Fig.3 Tool path simulation

0.9492 和 0.9994。由于抛物线曲线可实现非线性误差的准确直观表达,且易于实现,有助于提高分析效率,因此,可以应用抛物线曲线表示非线性误差分布。

通过抛物线曲线表示非线性误差变化规律的具体表达式为

$$Q(x) = -\frac{(x-m)^2}{2 \cdot P_i} + n_i \quad (4)$$

式中,  $i$  为插补次数 ( $i=0, 1, 2, 3, \dots, n$ );  $n_i$  为函数中点最大值, 即不同  $i$  下的非线性误差的最大值;  $m$  为标准抛物线函数方程的  $x$  轴偏移量, 位置随插补次数的变化而变化。

根据插补公式中  $t$  值变化范围为  $0 \sim 1$ , 选择在未插补状态下 ( $i=0, m=0.5$ ) 逼近非线性误差, 可得

$$Q(x) = -\frac{(x-0.5)^2}{2 \cdot P_0} + n_0 \quad (5)$$

端点处  $Q(0)=Q(1)=0$ , 中点处  $Q(0.5)=n_0$ , 幅值  $n_0$  即采样段内非线性误差最大值。若  $n_0 > E_{\max}$ , 则需要在采样程序段中点进行一次插补, 此时  $i=1, t$  值的变化范围变为  $0 \sim 0.5$ , 最大非线性误差值为幅值  $Q(0.25)=n_1$ 。若  $n_1 < E_{\max}$ , 符合加工要求, 停止插补, 保存新代码文件; 若  $n_1 > E_{\max}$ , 则在超出误差允值的程序段内继续插补, 直到插补段内非线性误差的最大值在误差允值  $E_{\max}$  以下。

## 2 非线性误差的影响因素

通过分析非线性误差模型, 得到两种主要影响因素: (1) 刀具半径和转角变化量; (2) 机床结构参数, 即摆动中心点到刀具底部中心点的有效摆动距离。

### 2.1 刀具半径和转角变化量的影响

六轴五联动数控加工叶片曲面通过  $C$  摆头逆时针旋转  $90^\circ$  后旋转  $A$  摆头实现曲面加工。图 6 为在  $XOZ$  平面内分析  $A$  摆头的转动规律,  $P_0, P_1, P_2$  为刀具底部中心点,  $h_0, h_1, h_2$  为刀触点,  $\theta_0, \theta_1, \theta_2$  为对应的转角,  $R$  为圆盘刀刀具半径。将当前刀位

分解为平行于  $XOZ$  平面和  $YOZ$  平面的两个分量, 可求两个坐标平面内由刀轴转动产生的合成非线性误差。

对于  $A$  轴旋转下的非线性误差计算, 假设刀位点坐标为  $P_0(x_{p_0},$

$z_{p_0}), P_1(x_{p_1}, z_{p_1})$  和  $P_2(x_{p_2}, z_{p_2})$ , 刀触点坐标为  $h_0(x_{h_0}, z_{h_0}), h_1(x_{h_1}, z_{h_1})$  和  $h_2(x_{h_2}, z_{h_2})$ , 根据图示三角函数关系可得刀位点、刀触点及转角的变换方程, 即

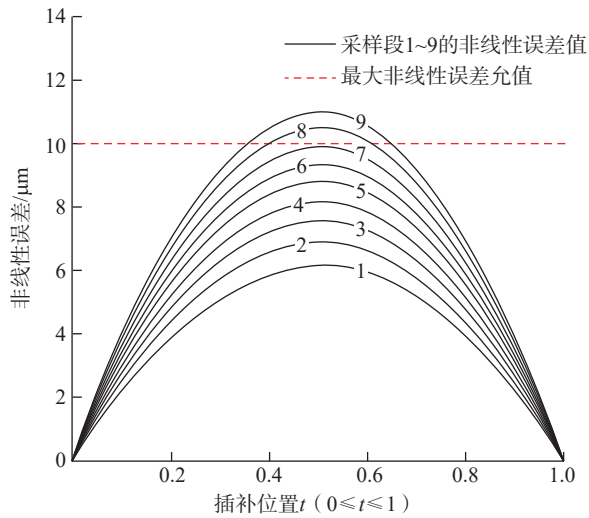


图4 非线性误差分布

Fig.4 Nonlinear error distribution

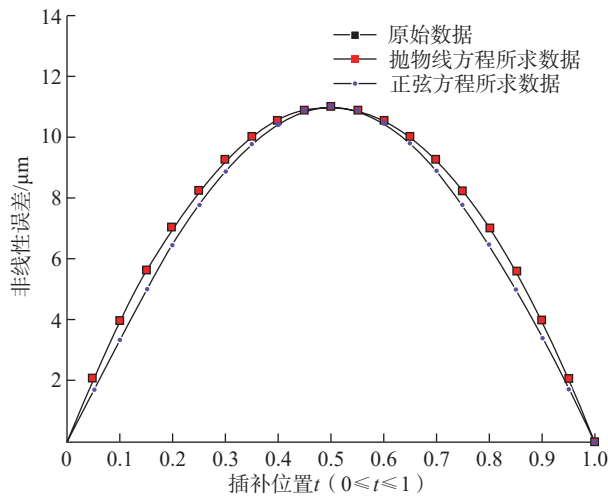


图5 曲线拟合度对比

Fig.5 Comparison of curve fitting

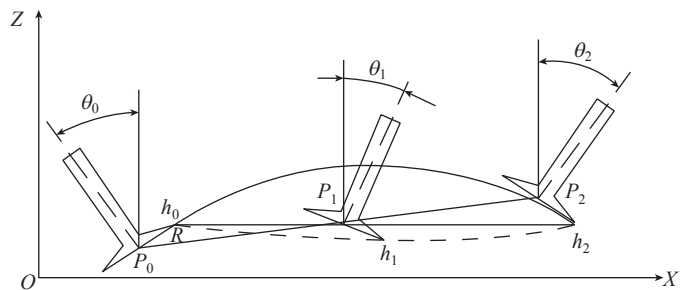


图6 A轴旋转下的非线性误差

Fig.6 Nonlinear error under A-axis rotation

$$\begin{cases} z_{p_1} = \frac{R \cdot (\sin\theta_2 - \sin\theta_0)}{(x_{p_2} - x_{p_0})} \\ (x_{p_1} - x_{p_0}) + z_{h_0} + R \cdot \sin\theta_0 \\ z_{h_1} = z_{p_1} - R \cdot \sin\theta_1 \\ \theta_1 = [(\theta_2 - \theta_0) / (x_{p_2} - x_{p_0})] \cdot \\ (x_{p_1} - x_{p_0}) + \theta_0 \end{cases} \quad (6)$$

对刀触点函数进行二次求导得

$$z''_{h_1} = R \cdot \frac{(\theta_2 - \theta_0)^2}{(x_{p_2} - x_{p_0})^2} \cdot \sin\theta_1 \quad (7)$$

可知,  $\theta_1$  的正负决定了  $Z''_{h_1}$  的正负。在  $Z''_{h_1} = 0$  时, 求取极值点条件为

$$\cos\theta_1 = \frac{\sin\theta_2 - \sin\theta_0}{\theta_2 - \theta_0} \approx \cos\left(\frac{\theta_2 + \theta_0}{2}\right) \quad (8)$$

极值点为  $\theta_1 = (\theta_2 + \theta_0) / 2$ , 即在插补段中点处取得最大非线性误差值, 则  $E_{A_{\max}}$  的表达式为

$$\begin{aligned} |E_{A_{\max}}| &= \left| \frac{R \cdot (\sin\theta_2 - \sin\theta_0)}{2} + \right. \\ & \left. R \cdot \sin\theta_0 - R \cdot \sin\frac{\theta_2 + \theta_0}{2} \right| \approx \\ & \left| \left( -R \cdot \sin\frac{\theta_2 + \theta_0}{2} \cdot (\theta_2 - \theta_0)^2 \right) / 8 \right| \end{aligned} \quad (9)$$

同理, 可求得  $YOZ$  平面内  $C$  轴旋转的非线性误差  $|E_{C_{\max}}|$ ,  $A$  摆头与  $C$  摆头的旋转轴正交, 合成非线性误差为

$$\begin{aligned} |E_{\max}| &= \sqrt{(E_{A_{\max}})^2 + (E_{C_{\max}})^2} \leq \\ & R \cdot \sqrt{(\Delta A)^4 + (\Delta C)^4} / 8 \end{aligned} \quad (10)$$

对式(10)进行仿真, 得到图7所示结果, 圆盘刀刀具半径和转角变化量都与非线性误差有关, 非线性误差随刀具半径和转角变化量的增加而增加。

## 2.2 机床结构的影响

非线性误差不仅与六轴五联动数控机床运动坐标变换矩阵密切相关, 还与机床摆动中心点在工件坐标系中的位置矢量有关。不同数控机床的摆动中心点到圆盘刀刀具中心点的距离不同, 即有效摆动长度不同。下面通过建立有效摆动长度的

误差模型来分析非线性误差。

假设已知刀位点坐标  $P_{m_1}$  和  $P_{m_2}$  及对应数控代码  $Q_{m_1}$  和  $Q_{m_2}$  如下:

$$\begin{aligned} P_{m_1} &(x_{m_1}, y_{m_1}, z_{m_1}, i_{m_1}, j_{m_1}, k_{m_1}); \\ P_{m_2} &(x_{m_2}, y_{m_2}, z_{m_2}, i_{m_2}, j_{m_2}, k_{m_2}); \\ Q_{m_1} &(X_{m_1}, Y_{m_1}, Z_{m_1}, A_{m_1}, C_{m_1}); \\ Q_{m_2} &(X_{m_2}, Y_{m_2}, Z_{m_2}, A_{m_2}, C_{m_2}). \end{aligned}$$

取  $t=0.5$  时的新代码  $Q_{m_t}$  反求得新刀位点  $P_{m_t}$ , 通过后置处理算法得刀位点与有效摆动长度  $L_m$  的关系式, 即:

$$\begin{cases} x_{m_t} = \left( X_{m_1} + \frac{X_{m_2} - X_{m_1}}{2} \right) + \\ L_m \cdot \sin\left( C_{m_1} + \frac{C_{m_2} - C_{m_1}}{2} \right) \cdot \\ \sin\left( A_{m_1} + \frac{A_{m_2} - A_{m_1}}{2} \right) \\ y_{m_t} = \left( Y_{m_1} + \frac{Y_{m_2} - Y_{m_1}}{2} \right) - \\ L_m \cdot \cos\left( C_{m_1} + \frac{C_{m_2} - C_{m_1}}{2} \right) \cdot \\ \sin\left( A_{m_1} + \frac{A_{m_2} - A_{m_1}}{2} \right) \\ z_{m_t} = \left( Z_{m_1} + \frac{Z_{m_2} - Z_{m_1}}{2} \right) + \\ L_m \cdot \cos\left( A_{m_1} + \frac{A_{m_2} - A_{m_1}}{2} \right) \end{cases} \quad (11)$$

任意选取相邻刀位数据及对应数控代码数据如下:

$$\begin{aligned} P_{m_1} &(133.3881, 0, 8.1205, -0.0585, \\ & 0, 0.9983); \\ P_{m_2} &(36.2549, 0, 8.2580, -0.0375, \\ & 0, 0.9993); \\ Q_{m_1} &(X33.3881-0.0526 \cdot L_m, Y0, \\ & Z8.1205+0.9986 \cdot L_m, A-3.3528, C90); \\ Q_{m_2} &(X36.2549-0.0338 \cdot L_m, Y0, \\ & Z8.2580+0.9994 \cdot L_m, A-2.1501, C90). \end{aligned}$$

根据上述运动分量值可以求出  $t=0.5$  时的机床各轴运动分量及新刀位点坐标, 代入非线性误差模型中得到插补段内的最大非线性误差  $E_{\max}$  与机床有效摆动长度  $L_m$  的关系式, 即:

$$E_{\max} = \sqrt{2} \cdot |0.005 - 0.003 \cdot L_m| \quad (12)$$

根据式(12)所示变换方程进行仿真, 得到最大非线性误差值与有效摆动长度  $L_m$  的关系曲线如图8(a)所示, 根据正弦函数法得到同一采样段在不同  $L_m$  值下的非线性误差分布曲线如图8(b)所示。可以看出, 在同一插补程序段内, 最大非线性误差值  $E_{\max}$  与机床结构参数  $L_m$  近似呈线

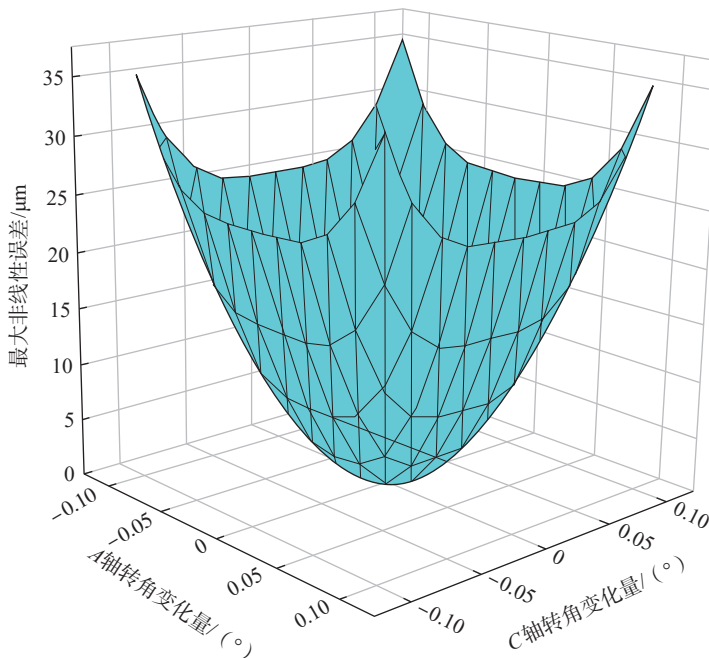


图7 最大非线性误差仿真结果

Fig.7 Maximum nonlinear error simulation results

性关系,并随着机床结构参数  $L_m$  的增加而增加,所以合理选择机床结构参数也可以减小非线性误差。

### 3 非线性误差的控制方案验证

#### 3.1 非线性误差控制方法选择

从改变非线性误差的分布和控制采样程序段内刀轴矢量的角度变化两方面考虑,主要有切触点法向偏置法、线性化法和自适应线性化法 3 种非线性误差的控制方法。蜂窝芯复杂曲面结构件尺寸大、加工步骤多、刀位数据量大,对所有程序段进行线性插补分割会大大增加计算难度,影响机床的插补能力,因此选用自适应线性化法对复杂曲面结构件进行非线性误差控制。

#### 3.2 非线性误差控制方案仿真验证

在六轴五联动加工叶片曲面往复铣削刀位源文件中随机选取 25 个刀位点的刀具路径,利用 Matlab 对

24 个程序段进行非线性误差分析,误差分布如图 9 所示,插补前采样程序段的非线性误差大部分在  $6\mu\text{m}$  以上,误差均值高达  $17.15\mu\text{m}$ 。本试验最大非线性误差允许范围为  $5\mu\text{m}$ ,需要对每个采样段进行插补得到新的刀位点分布,重新进行非线性误差校验。

图 10 (a) 为选取局部程序段在

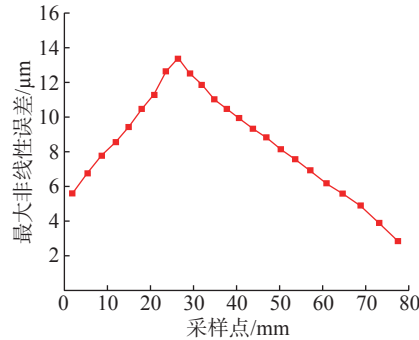


图9 插补前最大非线性误差分布  
Fig.9 Maximum nonlinear error distribution before interpolation

插补前后的非线性误差分布对比,在超差程序段内进行了刀位密化。如图 10 (b) 所示,插补后,超差程序段的最大非线性误差值分布均在  $5\mu\text{m}$  以下,整体误差均值降低到  $2.27\mu\text{m}$ ,接近 86.76%;误差标准差从  $1.348\mu\text{m}$  变为  $0.209\mu\text{m}$ ,降低近 84.5%,符合非线性误差控制要求,对比仿真结果,非线性误差控制策略有效。

### 4 结论

针对六轴五联动数控加工中线性插补运动和旋转轴的非线性运动产生的非线性误差问题,建立了理论非线性误差模型,并提出抛物线函数法完善了模型。通过理论和仿真验证出最大非线性误差的产生位置、分布趋势及影响因素,利用自适应线性化法控制非线性误差,并以六轴五联动数控加工蜂窝芯复杂曲面为例进行非线性误差补偿,仿真结果显示采样段的误差标准差降低近 84.5%。

### 参考文献

[1] BANKS J W, HITTINGER J A F, CONNORS J M, et al. Numerical error estimation for nonlinear hyperbolic PDEs via nonlinear error transport[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2012, 213-216: 1-15.

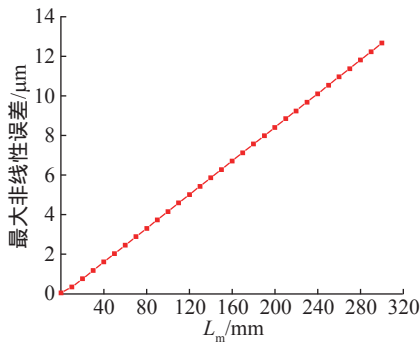
[2] 杨旭静,周元生,陈泽忠,等. 五轴数控加工中旋转轴运动引起的非线性误差分析及控制[J]. 机械工程学报, 2012, 48(3): 140-146.

YANG Xujing, ZHOU Yuansheng, CHEN Zezhong, et al. Analysis and control of tool path interpolation error in rotary axes motions of five-axis CNC milling[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(3): 140-146.

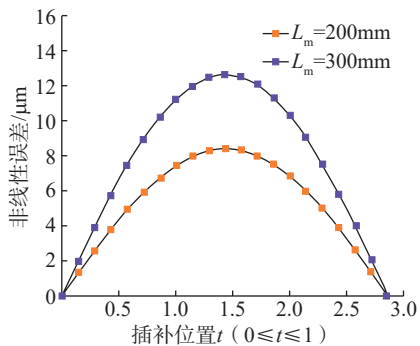
[3] 代子阳,谢明红. 五轴加工中非线性误差的分析与研究[J]. 机床与液压, 2014, 42(11): 70-73.

DAI Ziyang, XIE Minghong. Analysis and research of five-axis machining nonlinear error[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2014, 42(11): 70-73.

[4] 高东强,杜武胜,唐青春. 四轴联

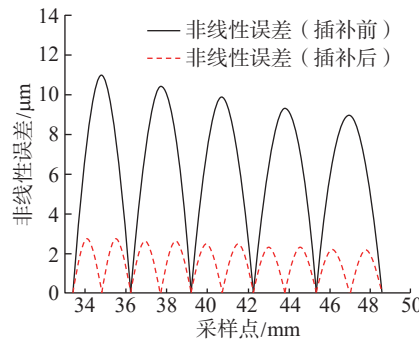


(a) 最大非线性误差与有效摆动长度关系曲线

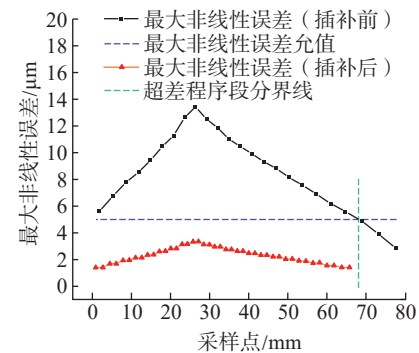


(b) 不同  $L_m$  值下非线性误差分布曲线

图8 非线性误差值与有效摆动长度的关系  
Fig.8 Relationship between nonlinear error and effective swing length



(a) 非线性误差分布



(b) 最大非线性误差分布

图10 插补前后非线性误差的分布趋势  
Fig.10 Distribution trend of nonlinear error before and after interpolation

动数控加工的非线性误差分析与控制[J]. 中国新技术新产品, 2016(24): 3-4.

GAO Dongqiang, DU Wusheng, TANG Qingchun. Nonlinear error analysis and control of four axis NC machining[J]. New Technology & New Products of China, 2016(24): 3-4.

[5] 陈健金, 王至昊, 张凯, 等. 基于旋转轴运动插补的五轴联动加工非线性误差控制研究[J]. 机电技术, 2017, 40(4): 8-11.

CHEN Jianjin, WANG Zhihao, ZHANG Kai, et al. Research on nonlinear error control of five axis linkage machining based on rotation axis motion interpolation[J]. Mechanical & Electrical Technology, 2017, 40(4): 8-11.

[6] QAZANI M R C, PEDRAMMEHR S, NATEGH M J. An investigation on the motion error of machine tools' hexapod table[J].

International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2018, 19(4): 463-471.

[7] 王妮娜, 张广鹏, 宋开文, 等. 精密五轴联动机床非线性误差分析与后置处理[J]. 西安理工大学学报, 2018, 34(1): 104-109, 115.

WANG Nina, ZHANG Guangpeng, SONG Kaiwen, et al. Nonlinear error analysis and post processing of precision five axis machine tool[J]. Journal of Xi'an University of Technology, 2018, 34(1): 104-109, 115.

[8] 张阳, 李开明. 五轴联动数控系统非线性误差的研究与控制[J]. 机床与液压, 2019, 47(10): 10-13.

ZHANG Yang, LI Kaiming. Research and control of non-linear error of five axis CNC[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2019, 47(10):

10-13.

[9] 李杰, 谢福贵, 刘辛军, 等. 五轴数控机床空间定位精度改善方法研究现状[J]. 机械工程学报, 2017, 53(7): 113-128.

LI Jie, XIE Fugui, LIU Xinjun, et al. Analysis on the research status of volumetric positioning accuracy improvement methods for five-axis NC machine tools[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(7): 113-128.

[10] 王玉涛, 唐清春, 周泽熙, 等. 五轴联动刀轴矢量插补优化算法[J]. 表面技术, 2018, 47(7): 90-95.

WANG Yutao, TANG Qingchun, ZHOU Zexi, et al. Optimization algorithm of tool axis vector interpolation in five-axis linkage[J]. Surface Technology, 2018, 47(7): 90-95.

## Analysis and Control of Nonlinear Error in Six-Axis Five-Linkage CNC Machining

SHA Zhihua<sup>1</sup>, FENG Linlin<sup>2</sup>, MA Fujian<sup>1</sup>, SONG Xiuying<sup>1</sup>, WANG Ziguang<sup>1</sup>, ZHANG Shengfang<sup>1</sup>

(1. Dalian Jiaotong University, Dalian 116028, China;

2. Xuzhou XCMG Mining Machinery Co., Ltd., Xuzhou 221000, China)

**[ABSTRACT]** Due to the inconsistency between the linear interpolation of CNC system and the actual tool path in multi-axis CNC machining, the nonlinear error is caused. In this study, the nonlinear error model is established to predict the position of the maximum nonlinear error, the parabola function method is used to further optimization the error model by analyzing the curve fitting degree, and the influence factors of nonlinear error are analyzed. The overerror program segment is controlled within the allowable value of error by adaptive linearization method. Taking the six-axis and five-linkage CNC machining of blade surface with disk knife as an example, the tool position file is simulated and analyzed. The nonlinear error of sampling program section is obviously improved after control, and the standard deviation of maximum nonlinear error is reduced by nearly 84.5%. The effectiveness of the above control method is verified.

**Keywords:** Six-axis five-linkage; Nonlinear error; Parabola function method; Adaptive linearization method; CNC machining (责编 逸飞)